Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Les types de tirages 2

Exercice :

Une urne contient 10 boules : 4 rouges numérotées 0,1,1,2 et 6 noires numérotées 0,0,1,1,2,2.
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1) On tire au hasard et simultanément **trois boules** de l'urne, calculer la probabilité des événements suivants : combinaison

A : « Avoir trois boules de même numéro ».

B : « Avoir au plus une boule rouge ».

C = A ∩ B et D = A ∪ B.

2) On tire successivement et sans remise quatre boules de l'urne. Arrangement

Calculer la probabilité des événements suivants :

E : Avoir un produit pair.

F : « La première boule tirée est rouge et la deuxième porte un numéro paire ».

G : « Le produit des numéros des boules restantes dans l'urne est nul ».

3) On tire successivement trois boules de l'urne de la manière suivante :
Si elle est rouge on la garde et si non on la remet.

Calculer la probabilité de l'événement H : « Avoir une seule boule rouge ».

1°) $Card(\Omega) = C_{10}^3 = 120$

$A : \{(0,0,0) \text{ ou } (1,1,1) \text{ ou } (2,2,2)\}$

$$p(A) = \frac{C_3^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{20}$$

$B : \{(R,N,N) \text{ ou } (N,N,N)\}$

$$p(B) = \frac{C_4^1 \times C_6^2 + C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{2}{3}$$

$A \cap B = \{(N_0,N_0,R_0) \text{ ou } (N_1,N_1,R_1) \text{ ou } (N_2,N_2,R_2)\}$

$$p(A \cap B) = \frac{C_2^2 \times C_1^1 + C_2^2 \times C_2^1 + C_2^2 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$$

c) $D = A \cup B$

$$p(D) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{41}{60}$$

d) $Card(\Omega) = A_{10}^4 = 5040$

$\overline{E}$: {(1, 1, 1, 1)} (Avoir un produit impaire).

$$p(\overline{E}) = \frac{A_4^4}{A_{10}^4} = \frac{1}{210}$$

Donc $p(E) = 1 - p(\overline{E}) = \frac{205}{210}$

$F = \{(R_1, 1 \text{ paire}, Q, Q) \text{ ou } (R_{0,2}, 1 \text{ paire}, Q, Q)\}$

$$p(F) = \frac{A_2^1 \times A_6^1 \times A_8^2 + A_2^1 \times A_5^1 \times A_9^2}{A_{10}^4} = \frac{11}{42}$$

$\overline{G} = \{(0, 0, 0, \overline{0})\}$ (avec l'ordre)

$\overline{0}$: 1 ou 2

$$p(\overline{G}) = C_4^3 \frac{A_3^3 \times A_7^1}{A_{10}^4} = \frac{1}{30}$$

C_4^3 : nombre d'ordre

Donc $p(G) = 1 - p(\overline{G}) = \frac{29}{30}$

5°) $H = \{(R,N,N) \text{ ou } (N,R,N) \text{ ou } (N,N,R)\}$

$p(H) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10}$

$= \frac{542}{1125}$

4R → {0, 1, 1, 2}

6N → {0, 0, 1, 1, 2, 2}